

2103000202030034
EXAMINATION FEBRUARY-MARCH 2024
BACHELOR OF SCIENCE (SECOND SEMESTER)
MTH-201 MATHEMATICS PAPER - III

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks:50]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book

a. Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE
(SECOND SEMESTER)**

b. Name of the Subject : **MTH-201 MATHEMATICS PAPER - III**

c. Subject Code No : **2103000202030034**

2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.

3. Figures to the right indicate full marks of the question.

4. All questions are compulsory.

5. Follow usual notations and conventions.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી કોઈપણ પાંચના જવાબ આપો.

10

Answer any FIVE from the following questions.

(1) જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ એ એક સંમિત શ્રેણિક અને વિસંમિત શ્રેણિક ના સરવાળા તરીકે દર્શાવાય તો $A + A^T$, $A - A^T$ શોધો.

If the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ is express as the sum of symmetric matrix and skew symmetric matrix then find $A + A^T$, $A - A^T$

(2) જો $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે $A^2 = I$.

If $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 = I$.

(3) જો હર્મિટીઅન શ્રેણિક હોય તો કોઈપણ શ્રેણિક B માટે દર્શાવો કે $B^{\theta}AB$ હર્મિટીઅન શ્રેણિક છે.

If A is Hermitian matrix then show that for any matrix B , $B^{\theta}AB$ is Hermitian.

(4) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ નો કોટયાંક શોધો.

Find the rank of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.

(5) લાક્ષણિક સંદેશ અને લાક્ષણિક બીજ ની વ્યાખ્યા આપો.

Define: Eigen value and Eigen vector.

(6) જો $A = [a_{ij}]$ હોય તો દર્શાવો કે $\text{Trac}(kA) = k\text{Trac}(A)$; $k \in R$

If $A = [a_{ij}]$ then so that $\text{Trac}(kA) = k\text{Trac}(A)$; $k \in R$

(7) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & -5 \end{bmatrix}$ નો અલ્પાંશ શોધો.

Find Trace of A of given Matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & -5 \end{bmatrix}$

(8) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ નો ચતુર્ભુજ સ્વરૂપ મેળવો.

Write the Quadratic form of the matrix $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$.

Q.2 Attempt any TWO.

10

(1) જો C પર વ્યાખ્યાયિત ચોરસ શ્રેણિક A હોય તો દર્શાવો કે

If A is defined over C then show that

- (i) $A + A^\theta$ હર્મિટીઅન શ્રેણિક છે. (ii) $A - A^\theta$ પ્રતિ હર્મિટીઅન શ્રેણિક છે.
(i) $A + A^\theta$ is Hermitian matrix. (ii) $A - A^\theta$ is Skew-Hermitian matrix.

(2) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો AB શોધો. BA શોધી શકાશે કે કેમ?

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ then find AB . Is BA possible?

(3) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે $A^2 - 4A - 5I = 0$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 4A - 5I = 0$

Q.3 Attempt any TWO.

10

(1) શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ નો હાર-કોટયાંક શોધો.

Find the row rank of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

(2) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ નો વસ્ત શ્રેણિક પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને શોધો.

Find inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ using elementary row Operations.

(3) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ને હાર સોપાન સ્વરૂપ માં દર્શાવો..

Find the reduced row echelon form of a matrix $\begin{bmatrix} 3 & -6 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Q.4 Attempt any TWO.**10**

- (1) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ને અનુરૂપ વિકર્ણ મેળવો.

Obtain the similar diagonal matrix for matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

- (2) નીચે આપેલ સમપરિમાણ સંહિતિનો ઉકેલ હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરી ને મેળવો

Solve the following homogeneous system of linear equation using Row reduced echelon form

$$x+2y+3z=0$$

$$3x+4y+4z=0$$

$$7x-10y+12z=0$$

- (3) નીચે આપેલ અસમપરિમાણ સંહિતિનો ઉકેલ હાર-પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળવો

Solve the following homogeneous system of linear equation using Row reduced echelon form

$$x+2y+z=5$$

$$3x-y+z=6$$

$$x+y+4z=7$$

Q.5 Attempt any TWO.**10**

- (1) આપેલ શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ ના લાક્ષણિક બીજ શોધો તથા નાના

માં નાના લાક્ષણિક બીજ માટે લાક્ષણિક સદેશ શોધો.

Find Eigen value $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$. Also find the Eigen vector

corresponding to the smallest Eigen value.

- (2) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ માટે કેલી હેમિલ્ટન પ્રમેયનું સમર્થન કરો

Verify Cayley Hamilton Theorem for $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$.

(3) સાબિત કરો કે

Prove the following:

(૧) શ્રેણિકના આપેલા આત્મ-સદિશને સંગત અનન્ય આત્મ-મૂલ્ય પ્રાપ્ત થાય છે.

(1) Unique eigen-value is obtained corresponding to the given eigen-vector For a matrix.

(૨) શ્રેણિકના આપેલ આત્મ-મૂલ્યને સંગત જુદા જુદા આત્મ-સદિશો પ્રાપ્ત થાય છે.

(2) Different eigen-vectors are obtained corresponding to the eigen- value of a matrix
